

## Matematyka w klasie II Branżowej

Czas realizacji: 18.05. – 25.05.2020

### Temat: Zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta.

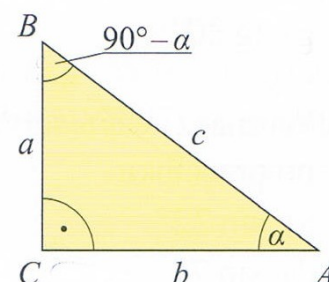
Rozpatrzmy narysowany trójkąt prostokątny  $ABC$ . Mamy

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}, \quad \cos \alpha = \frac{b}{c}, \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}.$$

$$\text{Zauważmy, że } \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{c}} = \frac{a}{c} \cdot \frac{c}{b} = \frac{a}{b} = \operatorname{tg} \alpha.$$

Uzasadniliśmy więc, że dla każdego kąta ostrego  $\alpha$ :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$



Rozważamy ten sam trójkąt prostokątny i kąt  $\alpha$ . Obliczmy  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$ .

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 = \frac{a^2}{c^2} + \frac{b^2}{c^2} = \frac{a^2 + b^2}{c^2} = \frac{c^2}{c^2} = 1, \text{ gdyż na mocy twierdzenia Pitagorasa } a^2 + b^2 = c^2.$$

Widzimy więc, że dla każdego kąta ostrego  $\alpha$ :

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Jest to jeden z ważniejszych wzorów trygonometrycznych, tzw. **jedynka trygonometryczna**. Ten wzór rozwijamy słownie w następujący sposób:

*Suma kwadratów sinusa i cosinusa tego samego kąta ostrego jest równa 1.*

### Zadanie 1.

Wiemy, że  $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ . Wyznaczmy wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta ostrego  $\alpha$ .

Wiemy, że  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ ,

czyli  $\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1$ ,

$$\cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{9}, \cos^2 \alpha = \frac{8}{9}.$$

Istnieją dwie liczby  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$  i  $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ , które mają kwadrat równy  $\frac{8}{9}$ , ale cosinus kąta ostrego musi być liczbą dodatnią.

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{8}{9}} = \frac{\sqrt{8}}{3} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

Ponieważ  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ , więc  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2\sqrt{2}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$ .

Obliczyliśmy  $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ ,  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sqrt{2}}{4}$ .

## Temat: Tablice wartości funkcji trygonometrycznych.

**Uwaga!**

**Tablicy nie przepisujemy do zeszytu.**

**Jeśli jest możliwość to drukujemy i wklejamy.**

### Wartości funkcji trygonometrycznych

kąt $\alpha$	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	kąt $\alpha$	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$
0°	0,0000	1,0000	0,0000	45°	0,7071	0,7071	1,0000
1°	0,0175	0,9998	0,0175	46°	0,7193	0,6947	1,0355
2°	0,0349	0,9994	0,0349	47°	0,7314	0,6820	1,0724
3°	0,0523	0,9986	0,0524	48°	0,7431	0,6691	1,1106
4°	0,0698	0,9976	0,0699	49°	0,7547	0,6561	1,1504
5°	0,0872	0,9962	0,0875	50°	0,7660	0,6428	1,1918
6°	0,1045	0,9945	0,1051	51°	0,7771	0,6293	1,2349
7°	0,1219	0,9925	0,1228	52°	0,7880	0,6157	1,2799
8°	0,1392	0,9903	0,1405	53°	0,7986	0,6018	1,3270
9°	0,1564	0,9877	0,1584	54°	0,8090	0,5878	1,3764
10°	0,1736	0,9848	0,1763	55°	0,8192	0,5736	1,4281
11°	0,1908	0,9816	0,1944	56°	0,8290	0,5592	1,4826
12°	0,2079	0,9781	0,2126	57°	0,8387	0,5446	1,5399
13°	0,2250	0,9744	0,2309	58°	0,8480	0,5299	1,6003
14°	0,2419	0,9703	0,2493	59°	0,8572	0,5150	1,6643
15°	0,2588	0,9659	0,2679	60°	0,8660	0,5000	1,7321
16°	0,2756	0,9613	0,2867	61°	0,8746	0,4848	1,8040
17°	0,2924	0,9563	0,3057	62°	0,8829	0,4695	1,8807
18°	0,3090	0,9511	0,3249	63°	0,8910	0,4540	1,9626
19°	0,3256	0,9455	0,3443	64°	0,8988	0,4384	2,0503
20°	0,3420	0,9397	0,3640	65°	0,9063	0,4226	2,1445
21°	0,3584	0,9336	0,3839	66°	0,9135	0,4067	2,2460
22°	0,3746	0,9272	0,4040	67°	0,9205	0,3907	2,3559
23°	0,3907	0,9205	0,4245	68°	0,9272	0,3746	2,4751
24°	0,4067	0,9135	0,4452	69°	0,9336	0,3584	2,6051
25°	0,4226	0,9063	0,4663	70°	0,9397	0,3420	2,7475
26°	0,4384	0,8988	0,4877	71°	0,9455	0,3256	2,9042
27°	0,4540	0,8910	0,5095	72°	0,9511	0,3090	3,0777
28°	0,4695	0,8829	0,5317	73°	0,9563	0,2924	3,2709
29°	0,4848	0,8746	0,5543	74°	0,9613	0,2756	3,4874
30°	0,5000	0,8660	0,5774	75°	0,9659	0,2588	3,7321
31°	0,5150	0,8572	0,6009	76°	0,9703	0,2419	4,0108
32°	0,5299	0,8480	0,6249	77°	0,9744	0,2250	4,3315
33°	0,5446	0,8387	0,6494	78°	0,9781	0,2079	4,7046
34°	0,5592	0,8290	0,6745	79°	0,9816	0,1908	5,1446
35°	0,5736	0,8192	0,7002	80°	0,9848	0,1736	5,6713
36°	0,5878	0,8090	0,7265	81°	0,9877	0,1564	6,3138
37°	0,6018	0,7986	0,7536	82°	0,9903	0,1392	7,1154
38°	0,6157	0,7880	0,7813	83°	0,9925	0,1219	8,1443
39°	0,6293	0,7771	0,8098	84°	0,9945	0,1045	9,5144
40°	0,6428	0,7660	0,8391	85°	0,9962	0,0872	11,4301
41°	0,6561	0,7547	0,8693	86°	0,9976	0,0698	14,3007
42°	0,6691	0,7431	0,9004	87°	0,9986	0,0523	19,0811
43°	0,6820	0,7314	0,9325	88°	0,9994	0,0349	28,6363
44°	0,6947	0,7193	0,9657	89°	0,9998	0,0175	57,2900
45°	0,7071	0,7071	1,0000	90°	1,0000	0,0000	nie istnieje

Zadanie.

Odczytaj z tablicy wartości podanych funkcji i uzupełnij.

$$\sin 25^{\circ} = \dots\dots\dots$$

$$\cos 40^{\circ} = \dots\dots\dots$$

$$\operatorname{tg} 15^{\circ} = \dots\dots\dots$$

$$\sin 62^{\circ} = \dots\dots\dots$$

$$\cos 70^{\circ} = \dots\dots\dots$$

$$\operatorname{tg} 90^{\circ} = \dots\dots\dots$$

*Informacje zwrotne o wykonanej pracy proszę przesłać na adres e-mail lub telefon.*

**alinanielipiuk@wp.pl**  
**tel. 663 768 302**